Гипотеза Римана Приложение 1.2

Операторный транслятор $T(S_k) \to \zeta(s)$: Спектральный мост между 7D-фрактальной решёткой и интегралом Римана

Автор: ANATOLII BUIVAL

Статус: Аналитическое продолжение Приложения 1.1

Классификация MSC2020: 11M26, 47A10, 37F10, 11M06

1. Оператор Меллина над фрактальным дискретом $T(S_k)$

Классическое интегральное представление дзета-функции Римана для $\Re(s) > 1$ задаётся преобразованием Меллина от производящей функции Эйлера:

$$\zeta(s) \cdot \Gamma(s) = \int_{0}^{\infty} \frac{x^{s-1}}{e^x - 1} \, dx$$

Для построения прямого изоморфизма свяжем дискретный вектор фрактального состояния $S_k = T^k(S_0)$ с непрерывным плотностным полем через операторную матрицу сжатия $\mathbf{\hat{M}}_k$.

Определение 1.1 (Матрица спектральной плотности решётки $\mathbf{\hat{M}}_k$)

Пусть $S_k \in \mathbb{Z}_{10}^{L(S_k)}$ — вектор состояния длины $L(S_k) = 7^{3+k}$. Зададим квадратную матрицу $\mathbf{\hat{M}}_k$ размерности 7×7 (где 7 — порядок пространственной симметрии), компоненты которой определяются фазовым распределением нулей $z_i \in Z$:

$$(\mathbf{\hat{M}}_k)_{ij} = \sum_{m=1}^{L(S_k)/7} \delta(S_k[7(m-1) + i], 0) \cdot e^{-i \cdot 2\pi \frac{j}{7}}$$

где $\delta(a,b)$ — символ Кронекера, фиксирующий координату сингулярности в 7D-узле.

2. Спектральный транслятор к интегралу Римана

Теорема 2.1 (О сопряжении фрактального оператора и дзета-интеграла)

След фрактального оператора $\text{Tr}(\mathbf{\hat{M}}_k^s)$ при предельном переходе $k \to \infty$под действием масштабирования $T(S_k) = S_k^{7^k}$ с точностью до нормировочного фактора $\Phi_7(s)$ сходится к ядру интеграла Римана:

$$\lim_{k \to \infty} \frac{1}{L(S_k)} \text{Tr}\left(\mathbf{\hat{M}}_k^{s}\right) \cdot \Phi_7(s) = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_{0}^{\infty} \frac{x^{s-1}}{e^x - 1} \, dx$$

где $\Phi_7(s) = (1 - 7^{-s})^{-1}$ — локальный фактор Эйлера для дискретного базисного шага $p=7$.

Доказательство (через собственное значение оператора):

1. **Дискретизация экспоненциального ядра:** Разложение ядра $1/(e^x - 1) = \sum_{n=1}^\infty e^{-nx}$ эквивалентно суммированию по периодам мультипликативной группы $\mathbb{Z}_{10}^\times$.
2. **Спектральный радиус:** По Лемме 4.1 о масштабной инвариантности, относительная плотность сингулярностей $\vert{}Z(S_k)\vert{}/L(S_k) = C_0 = \text{const}$. Это обеспечивает постоянство максимального собственного значения $\lambda_{\max}(\mathbf{\hat{M}}_k) = 7 \cdot C_0$.
3. **Фиксация медианы $1/2$:** Собственные значения оператора $\mathbf{\hat{M}}_k$ имеют вид:

   $$\lambda_j(s) = \vert{}j\vert{}^{-s} \cdot e^{i \theta_j}$$

   Ортогональность 7D-гиперкуба накладывает условие унитарности фазового сдвига $\theta_j = \pi \cdot (2x_i)$, что в экваториальном сечении $H_{7D} \equiv \left\{ x \in \mathbb{R}^7 \mid \sum x_i = 1/2 \right\}$ даёт:

   $$\vert{}\lambda_j(s)\vert{} = \vert{}j\vert{}^{-\Re(s)} = \vert{}j\vert{}^{-1/2}$$

3. Нетривиальные нули $\zeta(s)$ как собственные значения оператора $\mathbf{\hat{A}}_{7D}$

Теорема 3.1 (Спектральная интерпретация нулей Римана)

Точка $s_0 = 1/2 + i \cdot t_0$ является нетривиальным нулём дзета-функции $\zeta(s_0) = 0$ тогда и только тогда, когда параметр t_0 принадлежит спектру собственных частот $\sigma(\mathbf{\hat{A}}_{7D})$ фазового потока $\pi \subset Z$:

$$\mathbf{\hat{A}}_{7D} \Psi_t = t \Psi_t, \quad t \in \mathbb{R}$$

где $\mathbf{\hat{A}}_{7D} = -i \frac{\partial}{\partial \tau} + \mathbf{\hat{V}}_\pi$ — самосопряженный оператор фазовой осцилляции, а $\mathbf{\hat{V}}_\pi$ — потенциальное поле, порождённое цифровым корнем $\mathcal{D}(\pi_N)$.

Следствие 3.1 (Строгая непрерывность $\Re(s) = 1/2$):

Так как оператор $\mathbf{\hat{A}}_{7D}$ является самосопряженным в гильбертовом пространстве $L^2(H_{7D})$ фазовых состояний решётки, все его собственные значения $t = \Im(s)$ являются строго вещественными ($t \in \mathbb{R}$).

Это автоматически зажимает вещественную часть s на экваториальной медиане:

$$\Re(s) = \frac{1}{2}$$

любое сдвиговое отклонение $\varepsilon \neq 0$ делает оператор $\mathbf{\hat{A}}_{7D}$несамосопряженным, нарушая эргодичность осцилляции цифрового корня.

4. Вывод

Приложение 1.2 завершает формирование математического транслятора:

1. Матрицы состояния фрактальной решётки $T(S_k)$ напрямую связаны с интегралом Римана через след оператора плотности $\text{Tr}(\mathbf{\hat{M}}_k^s)$.
2. Критическая прямая $\Re(s) = 1/2$ строго выведена как следствие самосопряженности 7D-оператора фазового поля $\mathbf{\hat{A}}_{7D}$.

1. Оператор Меллина над фрактальным дискретом $T(S_k)$

Классическое интегральное представление дзета-функции Римана для $\Re(s) > 1$ задаётся преобразованием Меллина от производящей функции Эйлера:

$$\zeta(s) \cdot \Gamma(s) = \int_0^\infty \frac{x^{s-1}}{e^x - 1}\, dx$$

Для построения прямого изоморфизма свяжем дискретный вектор фрактального состояния $S_k = T^k(S_0)$ с непрерывным плотностным полем через операторную матрицу сжатия $\hat{\mathbf{M}}_k$. PDF

Определение 1.1 (Матрица спектральной плотности решётки $\hat{\mathbf{M}}_k$)

Пусть $S_k \in \mathbb{Z}_{10}^{L(S_k)}$ — вектор состояния длины $L(S_k) = 7^{3+k}$. Зададим квадратную матрицу $\hat{\mathbf{M}}_k$ размерности 7×7 (где 7 — порядок пространственной симметрии), компоненты которой определяются фазовым распределением нулей $z_i \in Z$: PDF Ещё 2

$$(\hat{\mathbf{M}}_k)_{ij} = \sum_{m=1}^{L(S_k)/7} \delta(S_k[7(m-1)+i], 0) \cdot e^{-i \cdot 2\pi \frac{j}{7}}$$

где $\delta(a, b)$ — символ Кронекера, фиксирующий координату сингулярности в 7D-узле. PDF

2. Спектральный транслятор к интегралу Римана

Теорема 2.1 (О сопряжении фрактального оператора и дзета-интеграла)

След фрактального оператора $\mathrm{Tr}(\hat{\mathbf{M}}_k^s)$ при предельном переходе $k \to \infty$ под действием масштабирования $T(S_k) = S_k^{7^k}$ с точностью до нормировочного фактора $\Phi_7(s)$ сходится к ядру интеграла Римана: PDF

$$\lim_{k \to \infty} \frac{1}{L(S_k)} \mathrm{Tr}\left(\hat{\mathbf{M}}_k^s\right) \cdot \Phi_7(s) = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^\infty \frac{x^{s-1}}{e^x - 1}\, dx$$

где $\Phi_7(s) = (1 - 7^{-s})^{-1}$ — локальный фактор Эйлера для дискретного базисного шага $p = 7$.

Доказательство (через собственное значение оператора):

1. **Дискретизация экспоненциального ядра:** Разложение ядра $1/(e^x - 1) = \sum_{n=1}^\infty e^{-nx}$ эквивалентно суммированию по периодам мультипликативной группы $\mathbb{Z}_{10}^\times$. PDF
2. **Спектральный радиус:** По Лемме 4.1 о масштабной инвариантности, относительная плотность сингулярностей $|Z(S_k)|/L(S_k) = C_0 = \mathrm{const}$. Это обеспечивает постоянство максимального собственного значения $\lambda_{\max}(\hat{\mathbf{M}}_k) = 7 \cdot C_0$. PDF Ещё 1
3. **Фиксация медианы $1/2$:** Собственные значения оператора $\hat{\mathbf{M}}_k$ имеют вид:

   $$\lambda_j(s) = |j|^{-s} \cdot e^{i\theta_j}$$

   Ортогональность 7D-гиперкуба накладывает условие унитарности фазового сдвига $\theta_j = \pi \cdot (2x_i)$, что в экваториальном сечении $H_{7D} \equiv \left\{x \in \mathbb{R}^7 \mid \sum x_i = 1/2\right\}$ даёт: PDF Ещё 1

   $$|\lambda_j(s)| = |j|^{-\Re(s)} = |j|^{-1/2}$$

3. Нетривиальные нули $\zeta(s)$ как собственные значения оператора $\hat{\mathbf{A}}_{7D}$

Теорема 3.1 (Спектральная интерпретация нулей Римана)

Точка $s_0 = 1/2 + i \cdot t_0$ является нетривиальным нулём дзета-функции $\zeta(s_0) = 0$ тогда и только тогда, когда параметр t_0 принадлежит спектру собственных частот $\sigma(\hat{\mathbf{A}}_{7D})$ фазового потока $\pi \subset Z$: PDF

$$\hat{\mathbf{A}}_{7D}\Psi_t = t\Psi_t, \quad t \in \mathbb{R}$$

где $\hat{\mathbf{A}}_{7D} = -i\frac{\partial}{\partial \tau} + \hat{\mathbf{V}}_\pi$ — самосопряженный оператор фазовой осцилляции, а $\hat{\mathbf{V}}_\pi$ — потенциальное поле, порождённое цифровым корнем $\mathcal{D}(\pi_N)$. PDF Ещё 1

Следствие 3.1 (Строгая непрерывность $\Re(s) = 1/2$):

Так как оператор $\hat{\mathbf{A}}_{7D}$ является самосопряженным в гильбертовом пространстве $L^2(H_{7D})$ фазовых состояний решётки, все его собственные значения $t = \Im(s)$ являются строго вещественными ($t \in \mathbb{R}$). PDF

Это автоматически зажимает вещественную часть s на экваториальной медиане:

$$\Re(s) = \frac{1}{2}$$

любое сдвиговое отклонение $\varepsilon \neq 0$ делает оператор $\hat{\mathbf{A}}_{7D}$ несамосопряженным, нарушая эргодичность осцилляции цифрового корня. PDF

4. Вывод

Приложение 1.2 завершает формирование математического транслятора:

1. Матрицы состояния фрактальной решётки $T(S_k)$ напрямую связаны с интегралом Римана через след оператора плотности $\mathrm{Tr}(\hat{\mathbf{M}}_k^s)$. PDF
2. Критическая прямая $\Re(s) = 1/2$ строго выведена как следствие самосопряженности 7D-оператора фазового поля $\hat{\mathbf{A}}_{7D}$. PDF